

氏 名	岡崎 真也
学 位 の 種 類	博士 (理学)
学 位 記 番 号	第 5736 号
学位授与年月日	平成 24 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当者
学 位 論 文 名	<b>On Heegaard genus, bridge genus and braid genus for a 3-manifold (3 次元多様体のヘゴード種数、橋種数、組紐種数について)</b>
論文審査委員	主査 教 授 河内 明夫    副査 教 授 金信 泰造 副査 教 授 柘田 幹也

### 論 文 内 容 の 要 旨

本論では向きづけ可能な連結閉 3 次元多様体のヘゴード種数、橋種数、組紐種数の性質について述べている。向きづけ可能な連結閉 3 次元多様体に対する橋種数とはその 3 次元多様体を得られるようなあらゆる絡み目による 0 手術を考え、それらの絡み目の橋指数の最小値のことである。また向きづけ可能な連結閉 3 次元多様体に対する組紐種数とはその 3 次元多様体を得られるようなあらゆる絡み目による 0 手術を考え、それらの絡み目の組紐数の最小値のことである。これらの橋種数と組紐種数は河内により定義された向きづけ可能な連結閉 3 次元多様体の不変量である。

1 章において 3 次元多様体のヘゴード種数、橋種数、組紐種数を定義し本論の主定理を述べている。

2 章においては、任意の 3 次元多様体に対してヘゴード種数は橋種数により上から押えられ、また橋種数は組紐種数により上から押えられるということを証明している。

3 章では主定理を証明するために必要なヘゴード種数、橋種数、組紐種数が満たす基本的な性質を証明している。

4 章では本論の主定理であるヘゴード種数、橋種数、組紐種数の線形独立性を示すために、ヘゴード種数、橋種数、組紐種数が全て等しい場合、ヘゴード種数と橋種数が等しく組紐種数がそれより大きい場合、橋種数と組紐種数が等しくヘゴード種数より大きい場合、ヘゴード種数より橋種数が、橋種数より組紐種数が大きい場合の 4 つの場合に対して、それを満たす 3 次元多様体を具体的に構成した。

5 章では上の 4 つの場合に対して、その条件を満たす 3 次元多様体の無限列をそれぞれ構成した。

### 論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

本論文では、向きづけ可能連結閉 3 次元多様体のヘゴード種数、橋種数、組紐種数の性質について論じている。向きづけ可能連結閉 3 次元多様体の橋種数とは、その 3 次元多様体を絡み目に沿った 3 次元球面の 0 手術多様体と表すときのその絡み目の橋指数の最小値のことである。向きづけ可能連結閉 3 次元多様体の組紐種数とは、その 3 次元多様体を絡み目に沿った 3 次元球面の 0 手術多様体と表すときの絡み目の組紐指数の最小値のことである。これらの橋種数と組紐種数は河内により導入された向きづけ可能連結閉 3 次元多様体の位相不変量である。1 章において、向きづけ可能連結閉 3 次元多様体に対し、ヘゴード種数、橋種数、組紐種数を定義し、本論文の主結果、すなわちヘゴード種数  $\leq$  橋種数  $\leq$  組紐種数 という不等式がいつも成り立つこと (定理 1.2)、およびこれらの位相不変量は互いに線型独立であること (定理 1.3) を述べている。2 章において、定理 1.2、すなわちすべての向きづけ可能連結閉 3 次元多様体に対し、ヘゴード種数は橋種数により上から押えられ、また橋種数は組紐種数により上から押えられることを証明している。3 章では、ヘゴード種数、橋種数、組紐種数の線形独立性を示すために必要となるヘゴード種数、橋種数、組紐種数と他のいろいろな位相不変量との関係について、注意深く調べている。4 章は、ヘゴード種数、橋種数、組紐種数の線形独立性、すなわち定理 1.3 の証明に充てられている。具体的には、ヘゴード種数、橋種数、組紐種数が全て等しい場合、ヘゴード種数と橋種数が等しく組紐種数がそれより大きい場合、橋種数と組紐種数が等しくヘゴード種数より大きい場合、ヘゴード種数より橋種数が、橋種数より組紐種数が大きい場合の 4 つの場合のそれぞれに対し、その条件を満たすような向きづけ可能連結閉 3 次元多様体の例を具体的に構成している。5 章では、上の 4 つのそれぞれの場合に対し、その条件を満たすような 3 次元多様体の例の無限列をそれぞれ構成している。本論文の最後には参考文献が載せてある。以上により、本論文は、結び目理論における新しい知見を与えるものであり、幾何学に貢献すると

ころ大である。

よって、博士（理学）の学位を授与するに値すると審査した。